

Формули скороченого множення

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad [1]$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad [2]$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \quad [3]$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad [4]$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad [5]$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad [6]$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad [7]$$

Приклади розв'язання завдань до теми «Формули скороченого множення»

50. Піднесіть до квадрата $(2x - 3y)^2$.

Розв'язання. $(2x - 3y)^2 = 4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + 9y^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$.

Відповідь. $4x^2 - 12xy + 9y^2$.

51. Піднесіть до квадрата $(-x - 3y)^2$.

Розв'язання. $(-x - 3y)^2 = (-(x + 3y))^2 = (x + 3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$.

Відповідь. $x^2 + 6xy + 9y^2$.

52. Знайдіть добуток $(a - b)(a^2 + b^2)(a + b)$.

Розв'язання. $(a - b)(a^2 + b^2)(a + b) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = a^4 - b^4$.

Відповідь. $a^4 - b^4$.

53. Обчисліть вираз $41 \cdot 39$.

Розв'язання. $41 \cdot 39 = (40 + 1)(40 - 1) = 40^2 - 1^2 = 1600 - 1 = 1599$.

Відповідь. 1599.

54*. Обчисліть: $\frac{97^3 + 83^3}{180} - 97 \cdot 83$.

Розв'язання. $\frac{97^3 + 83^3}{180} - 97 \cdot 83 = \frac{(97 + 83)(97^2 - 97 \cdot 83 + 83^2)}{180} - 97 \cdot 83 =$
 $= 97^2 - 97 \cdot 83 + 83^2 - 97 \cdot 83 = 97^2 - 2 \cdot 97 \cdot 83 + 83^2 = (97 - 83)^2 = 14^2 = 196$.

Відповідь. 196.

55. Доведіть, що $2^9 - 1$ ділиться на 73.

Розв'язання. $2^9 - 1 = (2^3)^3 - 1^3 = (2^3 - 1)(2^6 + 2^3 + 1) = 7 \cdot 73$, оскільки один із множників ділиться на 73, то добуток чисел ділиться на 73. Твердження доведено.

56. Розв'яжіть рівняння $(3 + x)^2 - x^2 = 0$.

Розв'язання.

I спосіб. Використаємо формулу різниці квадратів: $(3 + x)^2 - x^2 = 0$,
 $(3 + x - x)(3 + x + x) = 0$, $3(3 + 2x) = 0$, $3 + 2x = 0$, $x = -\frac{3}{2} = -1,5$.

II спосіб. Піднесемо до квадрата: $(3 + x)^2 - x^2 = 0$, $9 + 6x + x^2 - x^2 = 0$,
 $9 + 6x = 0$, $x = -\frac{3}{2} = -1,5$.

Відповідь. -1,5.

57. Доведіть, що при довільному цілому значенні n значення виразу $(2n + 7)^2 - (2n - 7)^2$ ділиться на 56.

Доведення. $(2n + 7)^2 - (2n - 7)^2 = 4n^2 + 28n + 49 - (4n^2 - 28n + 49) = 56n$.

Оскільки один із множників ділиться на 56, то добуток (і заданий вираз) ділиться на 56. Твердження доведено.

58. Виділіть повний квадрат $x^2 + 4x + 8$.

Розв'язання. $x^2 + 4x + 8 = x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2 + 4 = (x + 2)^2 + 4$.

Відповідь. $(x + 2)^2 + 4$.

59. Розкладіть многочлен $125x^3 + 8y^3$ на множники.

Розв'язання. Використаємо формулу суми кубів:

$$125x^3 + 8y^3 = (5x)^3 + (2y)^3 = (5x + 2y)(25x^2 - 10xy + 4y^2).$$

Відповідь. $(5x + 2y)(25x^2 - 10xy + 4y^2)$.

60. Розкладіть многочлен $a^2 + a - ab - b$ на множники.

Розв'язання. Використаємо метод групування:

$$a^2 + a - ab - b = (a^2 + a) - (ab + b) = a(a + 1) - b(a + 1) = (a + 1)(a - b).$$

Відповідь. $(a + 1)(a - b)$.

61. Розкладіть многочлен $n^2 - 8n + 16 - 5n + 20$ на множники.

Розв'язання. $n^2 - 8n + 16 - 5n + 20 = (n - 4)^2 - (5n - 20) = (n - 4)^2 - 5(n - 4) = (n - 4)(n - 4 - 5) = (n - 4)(n - 9)$.

Відповідь. $(n - 4)(n - 9)$.

62. Знайдіть значення виразу $p^3 + pq^2 - p^2q - q^3$, якщо $p = 1,5$, $q = 0,5$.

Розв'язання. $p^3 + pq^2 - p^2q - q^3 = (p^3 + pq^2) - (p^2q + q^3) = p(p^2 + q^2) - q(p^2 + q^2) = (p^2 + q^2)(p - q)$.

Якщо $p = 1,5$, $q = 0,5$, то $(p^2 + q^2)(p - q) = (1,5^2 + 0,5^2)(1,5 - 0,5) = (2,25 + 0,25) \cdot 1 = 2,5$.

Відповідь. 2,5.

63. Розв'яжіть рівняння $3x^2 - 4x = 0$.

Розв'язання. Внесемо за дужки спільний множник: $x(3x - 4) = 0$,

$$\begin{cases} x = 0, \\ 3x - 4 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = 0, \\ x = \frac{4}{3}. \end{cases}$$

Відповідь. 0, $\frac{4}{3}$.

64. Розв'яжіть рівняння $x^3 - 2x^2 + x = 0$.

Розв'язання. Внесемо за дужки спільний множник: $x(x^2 - 2x + 1) = 0$,

$$\begin{cases} x = 0, \\ (x - 1)^2 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = 0, \\ x = 1. \end{cases}$$

Відповідь. 0; 1.

Завдання для самостійного розв'язування

Перед розв'язуванням завдань повторити теоретичний матеріал про цілі вирази; вирази зі змінною; одночлени та многочлени, дії над ними; формули скороченого множення.

1. Скільки різних алгебраїчних виразів записано в ряду: $(2a+1)^2$, $(2a+1)(2a+1)$, $(2a-1)(2a-1)$, $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (2a+1)^2 \cdot 4$, $(2a+1)(2a-1)$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	п'ять

2. Укажіть правильну рівність:

1) $a^4 - b^2 = (a^2 - b)(a^2 - b)$;

2) $(a+1)^2 = a^2 + 1$;

3) $b^2 + 1 = (b+1)(b+1)$;

4) $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$.

А	Б	В	Г	Д
1)	2)	3)	4)	правильної рівності немає

3. Подайте вираз $(-3b+4a)^2$ у вигляді многочлена.

А	Б	В	Г	Д
$(-3b+4a) \times (-3b-4a)$	$16a^2 - 24ab + 9b^2$	$16a^2 + 24ab + 9b^2$	$3b^2 - 24ab + 4a^2$	інша відповідь

4. Обчисліть суму коренів рівняння $3x^2 + 5x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
0	$-\frac{5}{3}$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{3}{5}$	інша відповідь

5. Знайдіть корені рівняння $(4+x)^2 - x^2 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-2	0; -2	2	$-\frac{1}{2}$	інша відповідь

6. Заповніть пропуск: $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + \dots + \frac{1}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}x$	$2x$	$\frac{1}{4}x$	x	інша відповідь

7. Спростіть вираз $2(x-2)^2 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$.

А	Б	В	Г	Д
$x^2 - 9x + 8$	$x^2 - 9x + 7\frac{3}{4}$	$2x^2 - 8x + 8$	$x^2 + x + \frac{1}{4}$	інша відповідь

8. Якщо многочлен $-49 + b^2$ розкласти на множники, то отримаємо:

А	Б	В	Г	Д
$(7-b)(7+b)$	$(b-7)(b+7)$	$(7-b)^2$	$(b-49)(b+49)$	інша відповідь

9. Знайдіть значення многочлена $a^3 - 1,5a^2$, якщо $a = 2,5$.

А	Б	В	Г	Д
2,5	3,5	5,25	6,25	0,625

10. Розкладіть многочлен $a^2 - 9 + a + 3$ на множники.

А	Б	В	Г	Д
$(a+3)(a-2)$	$(a+3)(a-4)$	$(a-3)(a+2)$	$(a-3)(a+3)$	інша відповідь

11. Обчисліть: $5,02 \cdot 4,98$.

А	Б	В	Г	Д
25,9996	25,0009	24,9996	24,96	інша відповідь

12. Скільки різних чисел, або значень числових виразів, записано в ряду: $12^2 - 10^2$; $2 \cdot 22$; $88 : 2$; $10^2 - 56$; $11^2 - 100$.

А	Б	В	Г	Д
одне	два	три	чотири	п'ять

13. Розкладіть многочлен $x^2 - 6x + 9$ на множники.

А	Б	В	Г	Д
$(x-9)^2$	$(x-3)(x+3)$	$(x-6)(x+6)$	$(x-3)(x-3)$	інша відповідь

14. Заповніть пропуск: $a^3 + 216 = (a+6)(\dots)$.

А	Б	В	Г	Д
$a^2 + 12a + 36$	$a^2 - 12a + 36$	$a^2 + 6a + 36$	$a^2 - 6a + 36$	інша відповідь

15. Знайдіть значення многочлена $4x^2 - 4x + 1$ при $x = 0,5$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	2,5	інша відповідь

16. Розкладіть многочлен $7a^2 - 56a + 112$ на множники.

А	Б	В	Г	Д
$(7a-4)^2$	$7(a-4)(a+4)$	$7(a-4)(a-4)$	$49(a-4)^2$	інша відповідь

17. Знайдіть числове значення виразу $(x-5)(x^2 + 5x + 25)$, якщо $x = 4$.

А	Б	В	Г	Д
61	125	-61	186	інша відповідь

18. Укажіть правильну рівність:

1) $a^3 - b^3 = (a^2 - b)(a^2 - b)$;

2) $a^3 - 1 = (a-1)(a^2 + a + 1)$;

3) $b^2 + 1 = (b+1)(b+1)$;

4) $x^3 + 1 = (x+1)^3$.

А	Б	В	Г	Д
1)	2)	3)	4)	правильної рівності немає

19. Якщо $x^2 - y^2 = 350$ і $x + y = 70$, то $x - y = \dots$

А	Б	В	Г	Д
50	10	500	5	інша відповідь

20. Заповніть пропуск: $8a^3 - 27 = (\dots)(4a^2 + 6a + 9)$.

А	Б	В	Г	Д
$2a + 3$	$2a - 3$	$4a - 9$	$4a + 9$	інша відповідь

21. Знайдіть значення виразу $5a^2 - 5b^2$, якщо $a = 51$, $b = 49$.

А	Б	В	Г	Д
10	50	100	1000	2000

22. Розкладіть многочлен $m^2 - n^2 + m + n$ на множники.

А	Б	В	Г	Д
$(m - n) \times$ $\times (m + n + 1)$	$(m + n) \times$ $\times (m - n + 1)$	$(m + n)(m - n)$	$(m + n)(n - m)$	інша відповідь

Тотожні перетворення раціональних виразів

Тема 7. Тотожні перетворення раціональних виразів

1. Дробово-раціональні вирази

Означення 1. Алгебраїчний вираз $f(a, b, c, \dots, x, y, z)$ називається раціональним, якщо відносно чисел і букв, які входять в даний вираз, не виконується ніяких інших дій, крім дій додавання, віднімання, множення, ділення і піднесення до цілого степеня.

Раціональні вирази поділяють на цілі й дробові.

Означення 2. Алгебраїчні вирази, що містять дію ділення на вираз зі змінною, називають дробовими виразами.

Наприклад, $\frac{2}{b}$, $\frac{x}{y}$, $\frac{a+b}{c^2}$, $a - \frac{b+c}{d}$ тощо.

Якщо в раціональному виразі замінити букви числами, то отримаємо числовий вираз. У цілих виразах букву можна замінити будь-яким числом. У дробових виразах ця заміна можлива лише тоді, коли вона не приводить до ділення на нуль.

Означення 3. Областю допустимих значень (ОДЗ) виразу з однією змінною називають множину значень змінної, при яких цей вираз має зміст.

Означення 4. Заміна одного виразу іншим, тотожно рівним йому на деякій множині, називається тотожним перетворенням цього виразу.

При виконанні тотожних перетворень раціональних виразів можливі зміни області допустимих значень (ОДЗ) змінних. Тому область допустимих значень виразів потрібно враховувати.

При перетворенні раціональних виразів використовуються правила дій над дробами.

2. Дії над дробово-раціональними виразами

2.1. Основна властивість раціонального дробу

$$1) \frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C};$$

$$2) \frac{A \cdot D}{B \cdot D} = \frac{A}{B} \text{ — скорочення дробу, де } A, B, C, D \text{ — многочлени, причому мно-}$$

члени B, C, D тотожно не дорівнюють нулю.

Щоб скорочувати дробові вирази, треба чисельники та знаменники дробів розкладати на множники.

2.2. Додавання та віднімання дробових виразів

$$\text{Правило додавання та віднімання: } \frac{A}{B} + \frac{C}{D} - \frac{M}{N} = \frac{A \cdot D \cdot N + C \cdot B \cdot N - M \cdot B \cdot D}{B \cdot D \cdot N}.$$

Якщо знаменник або знаменники дробів можна розкласти на множники, то перед тим, як шукати спільний знаменник, потрібно завжди розкладати знаменники на множники.

2.3. Множення і ділення раціональних дробів

Множення і ділення раціональних дробів виконується за правилами:

1) правило множення: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$;

2) правило ділення: $\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$.

Правило ділення має випадки ділення дробового виразу на дробовий, ділення дробового виразу на цілий вираз, ділення цілого виразу на дробовий:

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC};$$

$$\frac{\frac{A}{B}}{C} = \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{C} = \frac{A}{BC};$$

$$\frac{A}{\frac{B}{C}} = \frac{A}{1} \cdot \frac{C}{B} = \frac{AC}{B}.$$

2.4. Піднесення раціонального дробу до степеня

Піднесення раціонального дробу до натурального показника степеня виконується за правилом:

$$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}.$$

При доведенні тотожностей потрібно виконувати перетворення з лівою або з правою, або і з лівою, і з правою частинами тотожності.

Іноді правило додавання або віднімання дробів треба використовувати так:

$$\frac{A + B - C}{D} = \frac{A}{D} + \frac{B}{D} - \frac{C}{D}.$$

Приклади розв'язання завдань до теми «Тотожні перетворення раціональних виразів»

Приклади розв'язання завдань теми 7

65. Знайдіть область допустимих значень виразу $\frac{1}{x} - \frac{3}{x-5}$.

Розв'язання. Число 0 перетворює знаменник першого дробу на 0, а число 5 перетворює знаменник другого дробу на 0. Тому числа 0 і 5 не можна підставляти замість змінної x . Таким чином, $x \in \mathbb{R}$, крім $\{0; 5\}$.

Відповідь. $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 5\}$.

Риска $\setminus$ означає слово «крім».

66. Скоротіть дріб $\frac{8a^4b^5}{24a^3b^7}$.

Розв'язання. Виділимо спільні множники одночленів чисельника й знаменника: $\frac{8a^4b^5}{24a^3b^7} = \frac{a \cdot 8a^3b^5}{3b^2 \cdot 8a^3b^5} = \frac{a}{3b^2}$.

Відповідь. $\frac{a}{3b^2}$.

67. Спростіть вираз $\frac{3x^2 - 9x}{x - 3}$.

Розв'язання. Заданий вираз має область допустимих значень $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$$\frac{3x^2 - 9x}{x - 3} = \frac{3x(x - 3)}{x - 3} = 3x.$$

Відповідь. $3x$.

Вирази $\frac{3x^2 - 9x}{x - 3}$ і $3x$ тотожно рівні на множині $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

68. Скоротіть дріб $\frac{y^2 + 6y + 9}{y^2 + 3y}$.

Розв'язання. Заданий вираз має область допустимих значень $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0\}$.

$$\frac{y^2 + 6y + 9}{y^2 + 3y} = \frac{(y + 3)^2}{y(y + 3)} = \frac{y + 3}{y}.$$

Відповідь. $\frac{y + 3}{y}$.

69. Подайте у вигляді дробу вираз $\frac{10a + 6b}{11a^2} - \frac{6b - a}{11a^2}$.

Розв'язання. Спільний знаменник шукати не потрібно, оскільки знаменники дробів однакові. Знак «мінус» відноситься до всього другого дробу, тому його чисельник потрібно брати в дужки:

$$\frac{10a + 6b}{11a^2} - \frac{6b - a}{11a^2} = \frac{10a + 6b - (6b - a)}{11a^2} = \frac{10a + 6b - 6b + a}{11a^2} = \frac{11a}{11a^2} = \frac{1}{a}.$$

Відповідь. $\frac{1}{a}$.

70. Спростіть вираз $\frac{b^2}{2b-14} + \frac{49}{14-2b}$.

Розв'язання. Знаменники дробів відрізняються лише знаком, тому винесемо знак «мінус» у знаменнику другого дробу за дужки:

$$\frac{b^2}{2b-14} + \frac{49}{14-2b} = \frac{b^2}{2b-14} + \frac{49}{-(2b-14)} = \frac{b^2}{2b-14} - \frac{49}{2b-14} = \frac{b^2-49}{2b-14}.$$

Розкладемо чисельник та знаменник дробу на множники:

$$\frac{b^2-49}{2b-14} = \frac{(b-7)(b+7)}{2(b-7)} = \frac{b+7}{2} = \frac{1}{2}(b+7).$$

Відповідь. $\frac{1}{2}(b+7)$.

При перетворенні виразів використовується тотожність $(a-b)^2 = (b-a)^2$.

71. Спростіть вираз $\frac{x^2-16x}{(x-7)^2} + \frac{2x+49}{(7-x)^2}$.

Розв'язання. $\frac{x^2-16x}{(x-7)^2} + \frac{2x+49}{(7-x)^2} = \frac{x^2-16x}{(x-7)^2} + \frac{2x+49}{(x-7)^2} = \frac{x^2-16x+2x+49}{(x-7)^2} =$
 $= \frac{x^2-14x+49}{(x-7)^2} = \frac{(x-7)^2}{(x-7)^2} = 1.$

Відповідь. 1.

72. Виконайте дії: $3n - \frac{9n^2-2}{3n}$.

Розв'язання. $\frac{3n}{1} - \frac{9n^2-2}{3n} = \frac{3n \cdot 3n}{3n} - \frac{9n^2-2}{3n} = \frac{9n^2-(9n^2-2)}{3n} =$
 $= \frac{9n^2-9n^2+2}{3n} = \frac{2}{3n}.$

Відповідь. $\frac{2}{3n}$.

73. Спростіть вираз $\frac{c+7}{c-7} + \frac{28c}{49-c^2}$.

Розв'язання. $\frac{c+7}{c-7} + \frac{28c}{49-c^2} = \frac{c+7}{c-7} + \frac{28c}{(7-c)(7+c)} = \frac{c+7}{c-7} - \frac{28c}{(c-7)(c+7)} =$
 $= \frac{(c+7)(c+7)-28c}{(c-7)(c+7)} = \frac{c^2+14c+49-28c}{(c-7)(c+7)} = \frac{c^2-14c+49}{(c-7)(c+7)} = \frac{(c-7)^2}{(c-7)(c+7)} = \frac{c-7}{c+7}.$

Відповідь. $\frac{c-7}{c+7}$.

74. Виконайте множення: $\frac{ab-b^2}{8} \cdot \frac{4a}{b^4}$.

Розв'язання. $\frac{ab-b^2}{8} \cdot \frac{4a}{b^4} = \frac{b(a-b) \cdot 4a}{8b^4} = \frac{a(a-b)}{2b^3}.$

Відповідь. $\frac{a(a-b)}{2b^3}.$

75. Спростіть вираз $\frac{c-5}{c^2-4c} : \frac{c-5}{5c-20}$.

Розв'язання. $\frac{c-5}{c^2-4c} : \frac{c-5}{5c-20} = \frac{c-5}{c^2-4c} \cdot \frac{5(c-4)}{c-5} = \frac{c-5}{c(c-4)} \cdot \frac{5(c-4)}{c-5} =$
 $= \frac{(c-5)5(c-4)}{c(c-4)(c-5)} = \frac{5}{c}.$

Відповідь. $\frac{5}{c}.$

76. Виконайте ділення у виразі $(x^2 - 49y^2) : \frac{x-7y}{x}$.

Розв'язання. $\frac{x^2-49y^2}{1} : \frac{x-7y}{x} = \frac{(x-7y)(x+7y)}{1} \cdot \frac{x}{x-7y} = \frac{(x-7y)(x+7y)x}{x-7y} =$
 $= \frac{(x+7y)x}{1} = (x+7y)x.$

Відповідь. $(x+7y)x.$

77. Подайте у вигляді дробу вираз $\left(-\frac{10c^7}{3d^6}\right)^3$.

Розв'язання. $\left(-\frac{10c^7}{3d^6}\right)^3 = -\frac{(10c^7)^3}{(3d^6)^3} = -\frac{1000c^{21}}{27d^{18}}.$

Відповідь. $-\frac{1000c^{21}}{27d^{18}}.$

78. Спростіть вираз $\frac{3a^4b^3}{10c^5} \cdot \frac{4b^4c^2}{27a^7} : \frac{5b^7}{9a^3c^3}$.

Розв'язання. $\frac{3a^4b^3}{10c^5} \cdot \frac{4b^4c^2}{27a^7} \cdot \frac{9a^3b^3}{5b^7} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 9a^4b^3b^4c^2a^3b^3}{10 \cdot 27 \cdot 5c^5a^7b^7} = \frac{2a^7b^{10}c^2}{25c^5a^7b^7} = \frac{2b^3}{25c^3}.$

Відповідь. $\frac{2b^3}{25c^3}.$

79. Доведіть тотожність $\frac{\frac{a}{4} - \frac{4}{a}}{\frac{a}{4} + 1} + \frac{\frac{a}{2} - \frac{a}{4}}{\frac{3a^2}{4} - \frac{11a^2}{16}} = 1.$

Розв'язання. Виконаємо перетворення з лівою частиною тотожності:

$$\frac{\frac{a}{4} - \frac{4}{a}}{\frac{a}{4} + 1} + \frac{\frac{a}{2} - \frac{a}{4}}{\frac{3a^2}{4} - \frac{11a^2}{16}} = \frac{\frac{a^2-16}{4a}}{\frac{a+4}{4}} + \frac{\frac{2a-a}{4}}{\frac{12a^2-11a^2}{16}} = \frac{(a-4)(a+4)}{4a} \cdot \frac{4}{a+4} + \frac{a}{4} \cdot \frac{16}{a^2} =$$

$$= \frac{a-4}{a} + \frac{4}{a} = \frac{a-4+4}{a} = \frac{a}{a} = 1.$$

Оскільки $1 = 1$, то тотожність доведено.

Завдання для самостійного розв'язування

Перед розв'язуванням завдань повторити теоретичний матеріал про дії над звичайними дробами, скорочення дробів та формули скороченого множення

1. Виконайте віднімання дробів: $\frac{3a-5}{a^2-b^2} - \frac{3b-5}{a^2-b^2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{a+b}$	$-\frac{10}{a+b}$	$\frac{3}{a+b}$	$\frac{3}{a-b}$	інша відповідь

2. Виконайте додавання дробів: $\frac{4-m}{m-3} + \frac{2m-5}{3-m}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	-3	3	$\frac{m-1}{m-3}$	інша відповідь

3. Знайдіть різницю дробів: $\frac{6+a}{a^2} - \frac{1}{a}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{6}{a}$	$\frac{6}{a^2}$	$\frac{6+a}{a^2}$	$\frac{6+a^2}{a^2}$	інша відповідь

4. Спростіть вираз $\frac{5m}{m-n} - 5$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5n}{m-n}$	$\frac{5m}{m-n}$	5n	$\frac{5}{m-n}$	інша відповідь

5. Спростіть вираз $3m - \frac{9m^2-1}{3m}$.

А	Б	В	Г	Д
3m	$-\frac{1}{3m}$	$\frac{1}{3m}$	$1-9m^2$	3

6. Спростіть вираз $\frac{18}{a^2+3a} - \frac{6}{a}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{6}{a+3}$	$-\frac{6}{a+3}$	$\frac{6}{a^2+3a}$	$\frac{6}{a}$	$\frac{18}{a}$

7. Спростіть вираз $\frac{a}{a-5} - \frac{a^2}{a^2-10a+25}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{5a}{(a-5)^2}$	$\frac{5a}{(a-5)^2}$	$\frac{5a}{a-5}$	$\frac{5}{a-5}$	$\frac{5}{(a-5)^2}$

8. Скоротіть дріб $\frac{9x^2-6x+1}{3x-1}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3x-1}$	$3x-1$	$3x+1$	1	інша відповідь

9. Спростіть вираз $18a^2b^3 \cdot \frac{a}{6b^9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3a^3}{b^6}$	$\frac{3a^6}{b^3}$	$\frac{a^6}{3b^3}$	$\frac{a^3}{3b^6}$	інша відповідь

10. Виконайте множення: $\frac{3y^2}{x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{6y}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x+y}{2}$	$\frac{3(x+y)}{2}$	$\frac{(x+y)y}{2}$	$\frac{x+y}{2y}$	інша відповідь

11. Виконайте ділення: $\frac{a^2-1}{a-4} : \frac{a^2-2a+1}{a-4}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a-1}{a+1}$	1	$(a-1)^2$	$\frac{(a-1)^3(a+1)}{(a-4)^2}$	$\frac{a+1}{a-1}$

12. Спростіть вираз $\frac{x-5}{x^2+4x} : \frac{x-5}{5x+20}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x}{5}$	$\frac{5}{x}$	1	$\frac{(x-5)^2}{x+4}$	інша відповідь

13. Спростіть вираз $(m^2 - 16n^2) : \frac{m+4n}{m}$ і знайдіть його значення, якщо $m=1, n=-$

А	Б	В	Г	Д
6	8	9	-9	-7

14. Якщо $\frac{x}{y} = 4$, то $\frac{x+y}{x} = \dots$?

А	Б	В	Г	Д
1	1,5	1,25	2,5	4

15. Знайдіть значення виразу $\frac{6}{5x-20} - \frac{x-5}{x^2-8x+16}$, якщо $x=3$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	1

16. Спростіть вираз $\frac{5x^3}{y^2} \cdot \frac{y^3}{10x^2} \cdot \frac{4y}{x}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2y^2}$	$\frac{1}{y}$	y^2	$2y^2$	інша відповідь

17. Знайдіть значення виразу $\frac{c^2+3c+7}{c^3-8} + \frac{c+3}{8-c^3}$, якщо $c=-3$.

А	Б	В	Г	Д
-1	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{7}{34}$

18. Якщо $a = 1 - \frac{b}{c}$, то $b = \dots$ (ЗНО, 2009 р.).

А	Б	В	Г	Д
$c(1-a)$	$c(a-1)$	$\frac{c}{1-a}$	$\frac{1-a}{c}$	$1-ac$

19. Спростіть вираз $\frac{4a^6}{b^8} : (8a^3b^2)$ і знайдіть його значення, якщо $a = 2, b = -1$.

А	Б	В	Г	Д
2	4	8	16	-4

20. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^2 - 16}{x + 4} = -8$.

А	Б	В	Г	Д
4	-4	2	-2	коренів немає

21. Спростіть вираз $\frac{\frac{a-b}{a+b} + \frac{b}{a}}{\frac{a}{a+b} - \frac{a-b}{a}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a+b}{b}$	$\frac{a}{b}$	$\frac{a-b}{b}$	$\frac{a^2-b^2}{b^2}$	$\frac{a^2+b^2}{b^2}$

22. Знайдіть значення виразу $\frac{2xy - y^2}{3xy + x^2}$, якщо $\frac{x}{y} = 2$.

А	Б	В	Г	Д
0,5	1	0,3	2	2,5

23. Установіть відповідність між заданими виразами (1 – 4) та виразами, що їм тотожно дорівнюють (А – Д).

1 $\frac{8x^2}{x-3y} : \frac{6x^3}{x^2-9y^2} \cdot \frac{3x}{4x+12y}$

2 $\left(\frac{x}{x^2-25} - \frac{x-8}{x^2-10x+25} \right) : \frac{x-20}{(x-5)^2}$

3 $\left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} - 1 \right) \cdot \frac{1-x}{1+x^2}$

4 $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{x^2+1}{1-x^2} - \frac{x}{1+x} \right) \cdot \frac{1}{x+1}$

А $\frac{1}{x+1}$

Б $\frac{1}{x-1}$

В 1

Г $-\frac{2}{x+5}$

Д $\frac{2}{x+5}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐