ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

№ з\п	Тема дисципліни	Кількість годин	Зміст самостійної роботи
1.	Множини та операції над ними	4	Множини й операції над ними. Формула складних процентів
2.	Функціональна залежність між величинами	2	Проведення інтерполяції за допомогою інтерполяційного многочлена Лагранжа. Поняття про екстраполяцію та обробку результатів експерименту
3.	Елементи лінійної алгебри	6	Вектори та дії над ними. Визначники і їх властивості. Матриці та дії над ними. Обернена матриця. Системи лінійних рівнянь та їх розв'язування
4.	Лінійне програмування	6	Постановка задач лінійного програмування. Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування. Симплекс-метод. Транспортна задача
5.	Диференціальне та інтегральне числення	4	Означення та економічний зміст похідної та диференціала. Невизначений і визначений інтеграл. Економічний зміст визначеного інтеграла. Диференціальні рівняння
6.	Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики	16	Елементи комбінаторики. Класичне означення ймовірності. Залежні та незалежні випадкові події. Теореми множення ймовірностей. Дискретні випадкові величини, поняття про закон розподілу дискретної випадкової величини. Числові характеристики випадкових величин. Елементи математичної статистики. Нормальний розподіл
7.	Сітьове моделювання	2	Поняття сітки та сітьового графіка

Тема: Множини та операції над ними

Перелік питань

1. Множини й операції над ними.
2. Формула складних процентів.

Література

Основна:

1. Соколенко О.І. Вища математика. Підручник. – К: видавничий центр «Академія» 2003. с. 7-18
2. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика. Навчальний посібник. У 2-х ч. – К.: КНЕУ 2001. с. 5-17, 35-39
3. Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика для економістів. - Київ: ЦУЛ, 2002. с.49-72

Додаткова:

1. В.М.Лейфура, Г.І.Голодницький, Й.І.Файст. Математика. – Київ: «Техніка» 2003. с.5-17, 52-68
2. Л.І.Дюженкова, О.Ю.Дюженкова, Г.О.Михалін. Вища математика. Приклади і задачі. – Київ: Видавничий центр «Академія» 2002. с. 9-28

Запитання для самоперевірки:

1. Що ви розумієте під поняттям «множина»?
2. Що називається об’єднанням множин?
3. Що називається перерізом множин?
4. Що називається різницею множин?
5. Які числові множини ви знаєте?
6. Що ми розуміємо під простими відсотками?
7. Що ми розуміємо під складними відсотками?
8. Що називається дисконтуванням?
9. За якою формулою можна розрахувати термін вкладання грошей для отримання запланованого прибутку?

Завдання для виконання:

Завдання 1. Дано множину A. Перелічити елементи даної множини, якщо:

1. $A=\{x / x\in \mathrm{Z}, |x|<6\}$;
2. $A=\{y / y\in \mathrm{N}, |y|<4\}$;
3. $A=\{z / z\in \mathrm{Z}, |z|<5\}$;

4. $A=\{x/x\in \mathrm{Z}, 1<|x|<6\}$;
5. $A=\{y/y\in \mathrm{N}, 2\le|y|\le 6\}$;
6. $A=\{z/z\in \mathrm{Z}, 0<|z|\le 4\}$;
7. $A=\{x/x\in \mathrm{N}, 2\le|x|<6\}$;
8. $A=\{z/z\in \mathrm{Z}, 3<|x|\le 5\}$;
9. $A=\{y/y\in \mathrm{N}, 1\le|y|<7\}$;
10. $A=\{x/x\in \mathrm{Z}, 4<|x|\le 8\}$.

Завдання 2. Знайти переріз і об'єднання множин A і B, якщо:

1. $A=\{3;4;5;6\}$, $B=\{1;2;4;5\}$;
2. $A=\{-1;-2;-3;0;1\}$, $B=\{0;1;2;3\}$;
3. $A=\{1;2;3;4;5;6\}$, $B=\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$
4. $A=\{-1;-2;-3;1;2;3\}$, $B=\{1;2;3;4;5\}$;
5. $A=\{1;3;5;7;9\}$, $B=\{1;2;3;4;5\}$;
6. $A=\{0;2;4;6;8\}$, $B=\{-3;-2;-1;1;2;3\}$
7. $A=\{2;3;4;5;6;7\}$, $B=\{1;2;3;4\}$;
8. $A=\{-3;-4;-5;-6\}$, $B=\{-5;-3;-1;1;2;3\}$;
9. $A=\{-1;-3;-5;-7;-9\}$, $B=\{-3;-1;0;1;3\}$;
10. $A=\{-2;-4;-6;-8\}$, $B=\{-4;-2;0;2;4\}$.

Завдання 3. Дано множини A і B. Знайти об'єднання, переріз і різницю цих множин, якщо:

1. $A=[-5;2]$, $B=[-1;1]$;
2. $A=[0;6]$, $B=[1;3]$;
3. $A=[-3;4]$, $B=[-1;2]$;
4. $A=[-1;5]$, $B=[0;2)$;
5. $A=[-2;3]$, $B=[-1;2)$;
6. $A=[-4;1]$, $B=[-3;0)$;
7. $A=[0;7]$, $B=(1;3]$;
8. $A=[-3;2]$, $B=(-1;0]$;
9. $A=[-5;0]$, $B=(-3;-1]$;
10. $A=[-3;6]$, $B=(-1;1)$.

Завдання 4. Знайти $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$ і зобразити результати на малюнку, якщо:

1. $A=\{(x;y)/-2<x<5\}$, $B=\{(x;y)/4\le y<7\}$;
2. $A=\{(x;y)/-1<x\le 5\}$, $B=\{(x;y)/0\le y\le 2\}$;
3. $A=\{(x;y)/0<x\le 6\}$, $B=\{(x;y)/1<y<3\}$;
4. $A=\{(x;y)/-2\le x\le 4\}$, $B=\{(x;y)/2\le y<3\}$;

5. $A=\{(x;y)/-3\le x<6\}$, $B=\{(x;y)/-1<y<2\}$;
6. $A=\{(x;y)/0\le x<4\}$, $B=\{(x;y)/0\le y\le 3\}$;
7. $A=\{(x;y)/-2\le x\le 1\}$, $B=\{(x;y)/1<y<4\}$;
8. $A=\{(x;y)/-1<x<3\}$, $B=\{(x;y)/-5\le y\le -1\}$;
9. $A=\{(x;y)/0\le x\le 5\}$, $B=\{(x;y)/-4<y\le -1\}$;
10. $A=\{(x;y)/-4<x\le 0\}$, $B=\{(x;y)/2<y\le 5\}$.

Завдання 5. Фірма взяла в банку кредит *K* грн. на *n* років під простих *p%* річних. Скільки гривень поверне фірма банку через вказаних *n* років?

№ варіанту	*K (грн.)*	*n(років)*	*p%*
1	200000	4	7
2	100000	5	8
3	150000	6	5
4	250000	3	12
5	90000	2	10
6	50000	5	6
7	120000	8	8
8	300000	6	4
9	250000	4	3
10	350000	5	6

Завдання 6. Банк видав кредит сумою *K* грн. на *n* років і отримав прибуток в сумі *x* грн. під яку відсоткову ставку видано даний кредит?

№ варіанту	*K* (грн.)	*n* (років)	*x* (грн.)
1	100000	4	20000
2	50000	5	8500
3	80000	6	16000
4	60000	4	6000
5	200000	3	55000
6	250000	5	60000
7	130000	6	25500
8	450000	4	50000

9	20000	3	4500
10	80000	5	18000

Завдання 7. Обчисліть яку суму потрібно внести в банк, щоб при нарахуванні складних *p%* річних через *n* років отримати суму *x грн.?*

	p(%)	*n* (років)	*x* (грн.)
1	12	5	*15000*
2	10	4	*25000*
3	14	6	*14000*
4	12	5	*40000*
5	16	8	*5000*
6	12	10	*50000*
7	10	6	*40000*
8	14	5	*10000*
9	15	3	*25000*
10	14	8	*30000*

Тема: Функціональна залежність між величинами

Перелік питань

1. Проведення інтерполяції за допомогою інтерполяційного многочлена Лагранжа
2. Поняття про екстраполяцію та обробку результатів експерименту.

Література

Основна:

1. Соколенко О. І. Вища математика: Підручник. - К.: Видавничий центр „Академія", 2003. с. 19-31 (Альма-матер).
2. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика: Навч. посібник: У 2-х ч. - К.: КНЕУ, 2001. с. 40-60
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник . - К.: А.С.К., 2001. с. 131-145

Додаткова:

1. Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика для економістів. - Київ: ЦУЛ, 2002. с.174-179
2. Л.І.Дюженкова, О.Ю.Дюженкова, Г.О.Михалін Вища математика. Приклади і задачі. - К: Видавничий центр „Академія" 2002. с. 121-143

Запитання для самоперевірки:

1. Що називається функцією?
2. Які способи задання функції ви знаєте?
3. Складіть таблицю найважливіших функцій, що застосовуються в економічній практиці (назва, аналітичний вираз, графік).
4. Які недоліки і переваги задання функції табличним способом?
5. Що таке інтерполяція?
6. Запишіть формули інтерполяційного многочлена Лагранжа у випадку $n=1, n=2$.
7. Поясніть як проводиться інтерполювання методом найменших квадратів.
8. Запишіть формулу для проведення оберненого інтерполювання, поясніть як її застосовувати.

Завдання для виконання:

Завдання 1. За даними таблиці провести лінійну інтерполяцію уявного економічного показника $y = y(x)$ і побудувати графік функції.

1)

x	1	2	3	4
y	5	3	2	0

2)

x	1	2	3	4
y	6	4	3	1

3)

x	2	3	4	5
y	1	4	6	10

4)

x	1	2	3	4
y	4	3	1	0

5)

x	1	2	3	4
y	1	3	4	7

6)

x	2	3	4	5
y	2	4	5	6

7)

x	2	3	4	5
y	8	6	5	2

8)

x	2	3	4	5
y	10	7	5	1

9)

x	3	4	5	6
y	1	4	6	10

10)

x	2	3	4	5
y	3	6	9	10

Завдання 2. За даними таблиці провести інтерполювання уявного економічного показника $y = y(x)$, побудувавши інтерполяційний многочлен Лагранжа, і спрогнозувати його значення при заданому значенні x:

1) $x=4$

x	0	1	2	3
y	6	4	1	5

2) $x=4$

x	0	1	2	3
y	1	3	5	4

3) $x=0$

x	1	2	3	4
y	1	4	2	0

4) $x=5$

x	1	2	3	4
y	8	5	3	4

5) $x=1$

x	2	3	4	5
y	7	3	4	8

6) $x=5$

x	1	2	3	4
y	1	4	6	3

7) $x=2$

x	0	1	3	5
y	1	4	6	4

8) $x=3$

x	0	1	2	4
y	1	4	7	5

9) $x=0$

x	1	2	3	4
y	3	5	6	4

10) $x=4$

x	0	1	2	3
y	6	3	1	4

Завдання 3. Провести лінійне інтерполювання методом найменших квадратів:

1)

x	2	3	5	6	9	12
y	3	5	6	5	7	8

2)

x	3	4	5	6	7	8
y	0,7	1,5	2,1	2.4	3,4	4,5

3)

x	2	3	4	5	6
y	2	3	3,4	5	6.5

4)

x	2	3	4	5	6
y	1	2,5	3,5	5,5	7

5)

x	3	4	5	6	7
y	1	2	2,5	3.5	4

6)

x	2	3	4	5	6
y	1,5	3,5	4	5	7

7)

x	2	3	4	5	6	7
y	1,5	2	3,5	4,5	6,5	7,5

8)

x	2	3	4	5	6	7
y	1	2	3,5	5	6	7,5

9)

x	1	2	3	4	6
y	2,2	3	3,4	5	6.5

10)

x	2	3	4	5	6	7
y	1,5	3	4	5,5	6.5	8

Тема: Елементи лінійної алгебри

Перелік питань

1. Вектори та дії над ними.
2. Визначники і їх властивості.
3. Матриці та дії над ними. Обернена матриця.
4. Системи лінійних рівнянь та їх розв’язування.

Література

Основна:

1. Соколенко О. І. Вища математика: Підручник. - К.: Видавничий центр „Академія", 2003. с. 31-51, 188-201 (Альма-матер).
2. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика: Навч. посібник: У 2-х ч. - К.: КНЕУ, 2001. с. 61-198
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник . - К.: А.С.К., 2001. с. 6-65

Додаткова:

1. Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика для економістів. - Київ: ЦУЛ, 2002. с.73-140
2. Л.І.Дюженкова, О.Ю.Дюженкова, Г.О.Михалін Вища математика. Приклади і задачі. - К: Видавничий центр „Академія" 2002. с. 73-92
3. Лейфура В.М. та ін. Математика: Підручник для студентів екон. спеціальностей вищ. навч. закладів І-ІІ рівнів акредитації / В.М. Лейфура, Г.І. Голодницький, Й.І. Файст; За ред. В.М. Лейфури. – К.: Техніка, 2003 с.82-112,264-302
4. Лозовий Б.Л., Пушак Я.С., Шабат О.Є. Практикум з вищої математики: Навч. посібник – 2-ге вид., доповн. і переробл. – Львів: «Магнолія-2006», 2007. – 285с.

Запитання для самоперевірки:

1. Що називається вектором?
2. Який вектор називається нульовим?
3. Який вектор називається протилежним до даного?
4. Що називається сумою, різницею двох векторів?
5. Що називається добутком вектора на число?
6. Що називається скалярним добутком векторів?
7. Як знайти кут між двома векторами?
8. Які вектори називаються лінійно незалежними?
9. У якому випадку вектори утворюють базис?
10. Що називається визначником (детермінантом) другого, третього порядку?

11. Які правила для обчислення визначників ви знаєте?
12. Сформулюйте властивості визначників.
13. Що називається мінором визначника?
14. Що називається алгебраїчним доповненням елемента визначника?
15. Сформулюйте теорему Лапласа.
16. Як обчислюються визначники порядку $n \geq 3$?
17. Що називається матрицею?
18. Яка матриця називається квадратною, прямокутною?
19. Де розміщена головна діагональ матриці?
20. Яка матриця називається трикутною?
21. Яка матриця називається діагональною?
22. Яка матриця називається одиничною, нульовою?
23. Що називається визначником матриці?
24. Що називається транспонуванням матриці?
25. Які матриці називаються рівними?
26. Яка матриця називається оберненою до даної?
27. Який алгоритм знаходження оберненої матриці?
28. Що називається системою лінійних рівнянь?
29. Яка система лінійних рівнянь називається однорідною?
30. Яка система лінійних рівнянь називається сумісною?
31. Яка система лінійних рівнянь називається визначеною?
32. Що називається розв'язком системи лінійних рівнянь?
33. Як розв'язується система лінійних рівнянь методом Крамера?
34. У чому полягає метод розв'язування системи лінійних рівнянь методом оберненої матриці, на чому він ґрунтується?
35. Які перетворення матриці називаються еквівалентними?
36. Як розв'язується система лінійних рівнянь методом Гаусса?

Завдання для виконання:

Завдання 1. Знайти вектор $\bar{m}$, його довжину та кут між векторами $\bar{a}$ і $\bar{b}$, якщо:

1) $\bar{m} = 2\left(3\bar{a} - \bar{b}\right) + 5\bar{c}$, $\bar{a} = (2;-1;3;0;-4), \bar{b} = (-3;2-1;4;2), \bar{c}\,(6;0;-5;1;0)$;
2) $\bar{m} = -2\left(\bar{a} - 2\bar{b}\right) + 3\bar{c}$, $\bar{a} = (3;4;-3;0;-2), \bar{b} = (-5;2-1;2;-2), \bar{c}\,(2;0;-4;1;4)$;
3) $\bar{m} = 2\left(2\bar{a} + \bar{b}\right) - 5\bar{c}$, $\bar{a} = (3;-1;0;4;-4), \bar{b} = (-2;2-3;0;1), \bar{c}\,(-2;0;-3;2;4)$;
4) $\bar{m} = 3\left(2\bar{a} - \bar{b}\right) - 2\bar{c}$, $\bar{a} = (3;-2;-3;1;0), \bar{b} = (-3;2-1;4;2), \bar{c}\,(2;0;-3;-2;4)$;
5) $\bar{m} = 3\left(2\bar{a} + \bar{b}\right) - 4\bar{c}$, $\bar{a} = (2;-1;3;4;-4;2), \bar{b} = (5;-3;2-1;4;2), \bar{c}\,(-4;2;0;-3;1;3)$;
6) $\bar{m} = -2\left(\bar{a} - 2\bar{b}\right) + 3\bar{c}$, $\bar{a} = (4;-1;5;0;-1;2), \bar{b} = (-3;2-1;-4;2;1), \bar{c}\,(-6;2;-2;-5;3;0)$;
7) $\bar{m} = -3\left(\bar{a} + 2\bar{b}\right) - 2\bar{c}$, $\bar{a} = (-4;2;3;0;-4;1), \bar{b} = (-3;0-5-1;0;2), \bar{c}\,(6;-2;-5;1;-3;0)$;
8) $\bar{m} = 2\left(3\bar{b} - \bar{a}\right) + 3\bar{c}$, $\bar{a} = (4;-2;-3;3;0;-4), \bar{b} = (-3;5-1;0;4;2), \bar{c}\,(1;0;-5;-3;1;0)$;
9) $\bar{m} = 3\left(3\bar{b} - \bar{a}\right) - 2\bar{c}$, $\bar{a} = (2;-3;1;-4;4;0), \bar{b} = (-3;-2;2-1;-2;2), \bar{c}\,(6;0;-5;1;-2;-2)$;

10) $\bar{m} = -2\left(3\bar{b} + \bar{a}\right) + 5\bar{c}$, $\bar{a} = (2;0;-3;2;-4), \bar{b} = (-3;2-1;4;2), \bar{c}\,(6;-1;-5;1;3)$.

Завдання 2. Обчислити визначники:

1) а) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & -1 \end{vmatrix}$;

2) а) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ -2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 7 & 7 & 1 & 5 \end{vmatrix}$;

3) а) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & 0 \\ 4 & 2 & -5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 5 & -2 \end{vmatrix}$;

4) а) $\begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 3 & 3 & -4 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -5 & 5 \end{vmatrix}$;

5) а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 11 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}$;

6) а) $\begin{vmatrix} -5 & 7 & -3 \\ 8 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$;

7) а) $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 12 & 6 \\ 0 & 3 & 2 & -5 \\ -2 & 1 & 0 & -3 \end{vmatrix}$;

8) а) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}$;

9) а) $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 6 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & -3 & -2 \\ -1 & -2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$;

10) а) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \\ 3 & 8 & -5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$.

Завдання 3. Задані чотири вектори $\bar{a},\bar{b},\bar{c},\bar{d}$. Довести, що вектори $\bar{a},\bar{b},\bar{c}$ утворюють базис та знайти координати вектора $\bar{d}$ в цьому базисі:

1) $\bar{a}=(2;1;0),\bar{b}=(4;3;-3),\bar{c}=(-6;5;7),\bar{d}=(34;5;-26)$;
2) $\bar{a}=(1;0;5),\bar{b}=(3;2;7),\bar{c}=(5;0;9),\bar{d}=(-4;2;-126)$;
3) $\bar{a}=(4;5;2),\bar{b}=(3;0;1),\bar{c}=(-1;4;2),\bar{d}=(5;7;8)$;
4) $\bar{a}=(3;-5;2),\bar{b}=(4;5;1),\bar{c}=(-3;0;-4),\bar{d}=(-4;5;-16)$;
5) $\bar{a}=(2;3;5),\bar{b}=(1;-3;4),\bar{c}=(7;8;-1),\bar{d}=(1;20;1)$;
6) $\bar{a}=(1;3;5),\bar{b}=(0;2;0),\bar{c}=(5;7;9),\bar{d}=(0;4;16)$;
7) $\bar{a}=(-6;5;7),\bar{b}=(4;3;-3),\bar{c}=(2;1;0),\bar{d}=(4;15;-2)$;
8) $\bar{a}=(-2;1;0),\bar{b}=(4;3;-3),\bar{c}=(-6;5;1),\bar{d}=(4;5;-6)$;
9) $\bar{a}=(2;1;3),\bar{b}=(1;3;-3),\bar{c}=(-3;5;7),\bar{d}=(12;5;-8)$;
10) $\bar{a}=(-1;2;0),\bar{b}=(-4;3;1),\bar{c}=(-1;5;2),\bar{d}=(5;-5;-2)$.

Завдання 4. Знайти суму, різницю та добуток матриць:

1) $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & -3 \end{pmatrix}$;
2) $A=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -4 & 0 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$;
3) $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$;
4) $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix}$;
5) $A=\begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$;
6) $A=\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ -1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 7 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$;
7) $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ -4 & 1 & 5 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$;

8) $A=\begin{pmatrix}4 & 3 & 1\\ 5 & -2 & 2\\ -1 & 1 & 0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & -4 & 3\\ -1 & 3 & -2\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix};$

9) $A=\begin{pmatrix}2 & -3 & -4\\ 0 & 1 & 2\\ -5 & 2 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-3 & 1 & -4\\ 2 & 2 & 2\\ -4 & 3 & 5\end{pmatrix};$

10) $A=\begin{pmatrix}-2 & 3 & -1\\ -2 & 2 & 1\\ 3 & 5 & 0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}4 & -2 & 5\\ 2 & -3 & -2\\ 1 & 4 & 3\end{pmatrix}.$

Завдання 5. Знайти матрицю, обернену до даної:

1) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 2 & 1 & 3\\ 3 & 1 & -2\end{pmatrix};$

2) $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 3\\ 1 & 0 & 4\\ 2 & 2 & -2\end{pmatrix};$

3) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 3 & -3 & 2\\ 4 & 1 & -4\end{pmatrix};$

4) $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 4\\ 3 & -1 & 2\\ 5 & 7 & -3\end{pmatrix};$

5) $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 5\\ -2 & 4 & 1\\ 1 & -1 & 3\end{pmatrix};$

6) $A=\begin{pmatrix}2 & 4 & -2\\ -3 & 1 & -5\\ 5 & 0 & 3\end{pmatrix};$

7) $A=\begin{pmatrix}5 & -3 & 1\\ 2 & 2 & 0\\ 1 & -4 & 4\end{pmatrix};$

8) $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 2 & -3 & -5\\ 5 & -1 & 1\end{pmatrix};$

9) $A=\begin{pmatrix}6 & 3 & 0\\ 1 & 4 & 2\\ -2 & -1 & 3\end{pmatrix};$

10) $A=\begin{pmatrix}3 & 5 & -2\\ 1 & -3 & 2\\ 6 & 7 & 3\end{pmatrix}$

Завдання 6. Розв’язати систему лінійних рівнянь: а) за формулами Крамера; б)методом оберненої матриці; в) методом Гаусса:

1

) $\begin{cases}3x_1+2x_2+x_3=5,\\ 2x_1+3x_2+x_3=1,\\ 2x_1+x_2+3x_3=11;\end{cases}$

2) $\begin{cases}x_1+2x_2-x_3=5,\\ 2x_1-x_2+x_3=-1,\\ 3x_1+3x_2-2x_3=10;\end{cases}$

3) $\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 6; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -6; \end{cases}$

6) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -4; \end{cases}$

7) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -9; \end{cases}$

8) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = -11, \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3; \end{cases}$

9) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -5, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 7; \end{cases}$

10) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 = -11, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 11; \end{cases}$

Тема: Лінійне програмування

Перелік питань

1. Постановка задач лінійного програмування.
2. Симплекс-метод.
3. Транспортна задача.

Література

Основна:

1. Кулян В.Р. и другие. Математическое программирование (с элементами информационных технологий): Учеб. Пособие / В.Р. Кулян, Е.А. Юнькова, А.Б. Жильцов. – К.: МАУП, 2000
2. Бех О.В., Городня Т.А., Щербак А.Ф. Математичне програмування: Навч. посіб – Львів: «Магнолія 2006», 2009. – 200с.

Додаткова:

1. Лейфура В.М. та ін. Математика: Підручник для студентів екон. спеціальностей вищ. навч. закладів І-ІІ рівнів акредитації / В.М. Лейфура, Г.І. Городницький, Й.І. Файст; За ред. В.М. Лейфури. – К.: Техніка, 2003 с.303-325
2. Васильченко І.П. Вища математика для економістів: Підручник – К.: Знання-Прес, 2002, с. 232-264

Запитання для самоперевірки:

1. Що вивчає лінійне програмування?
2. Що таке математичне моделювання?
3. Яка постановка задач лінійного програмування?
4. Які типові задачі лінійного програмування ви знаєте?
5. Що називається допустимим розв’язком ЗЛП?
6. Що таке базисний розв’язок ЗЛП?
7. Сформулюйте алгоритм розв’язування ЗЛП симплекс-методом.
8. Який стовпець береться за ключовий?
9. Як вибираємо ключовий рядок?
10. Як перевірити оптимальність розв’язку?
11. Як формулюється транспортна задача?
12. Які методи розв’язування ТЗ ви знаєте?
13. Пояснити суть методу північно-західного кута.
14. В чому полягає метод мінімального елемента?
15. Що таке квадрат в транспортній задачі?
16. Який квадрат називається правильним, неправильним?
17. Яка необхідна умова оптимальності допустимого розв’язку?

Завдання для виконання:

Завдання 1. Скласти математичну модель наступної задачі:

1. Меню студентки складається з чотирьох страв. 100г першої страви містить 15г жирів, 40г білків і 11г вуглеводів; відповідно другої страви – 11г, 55г і 14г; третьої страви – 6г, 51г і 18г; четвертої – 4г, 31г і 21г. Для нормального функціонування її організму необхідно на день отримати 41г жирів, 350г білків і 64г вуглеводів. Калорійність 100г першої страви становить164ккал, 2-ої – 221ккал, 3-ої – 139ккал, 4-ої – 87ккал. Скласти такий денний раціон студентки, калорійність якого мінімальна, але при якому вона отримає необхідну кількість жирів, білків і вуглеводів.
2. З двох сортів бензину утворюються дві різні суміші А і В. Суміш А містить 50% бензину 1-го сорту і 50% бензину 2-го сорту. Суміш В містить 80% бензину першого сорту і 20% бензину 2-го сорту. Ціна одного літра суміші А -1,3грн, а одного літра суміші В – 1,9 грн. Скласти план утворення сумішей, при якому буде отриманий максимальний прибуток, якщо в наявності є 120л бензину 1-го сорту і 80л бензину 2-го сорту.
3. Механічний цех випускає два види взаємозамінних деталей А і В, кожна з яких проходить послідовну обробку на трьох станках. Робочий час кожного станка становить відповідно 180, 220, 110 годин. Деталь А обробляється першим станком 14 хвилин, другим – 18 хвилин, третім – 8 хвилин, деталь В відповідно – 12, 20 і 6 хвилин. Ціна однієї деталі А на ринку становить 2,8 грн., В – 3,5 грн. Скласти такий план роботи станків, при якому цех отримає максимальний прибуток.
4. Деяка фармацевтична фірма щоденно виробляє не менше 800кг деякої харчової добавки, яка складається з суміші кукурудзяного і соєвого борошна. Кукурудзяне борошно містить 9% білка і 2% клітковини, а соєве – 60% білка і 6% клітковини. Вартість кукурудзяного борошна – 0,5грн за кілограм, а соєвого – 0, 9грн. Дієтологи вимагають, щоб в харчовій добавці було не менше 30% білка і не більше 5% клітковини. Фірма хоче визначити рецептуру суміші найменшої вартості з врахуванням вимог дієтолога.
5. Меню студентки складається з чотирьох страв. 100г першої страви містить 21г жирів, 35г білків і 15г вуглеводів; відповідно другої страви – 15г, 45г і 14г; третьої страви – 5г, 41г і 20г; четвертої – 3г, 25г і 21г. Для нормального функціонування її організму необхідно на день отримати 50г жирів, 370г білків і 60г вуглеводів. Калорійність 100г першої страви становить164ккал, 2-ої – 221ккал, 3-ої – 139ккал, 4-ої – 87ккал. Скласти такий денний раціон студентки, калорійність якого мінімальна, але при якому вона отримає необхідну кількість жирів, білків і вуглеводів.

6. Механічний цех випускає два види взаємозамінних деталей А і В, кожна з яких проходить послідовну обробку на трьох станках. Робочий час кожного станка становить відповідно 150, 200, 110 годин. Деталь А обробляється першим станком 10 хвилин, другим – 15 хвилин, третім – 12 хвилин, деталь В відповідно 12, 22 і 15 хвилин. Ціна однієї деталі А на ринку становить 2,8 грн., В – 3,5 грн. Скласти такий план роботи станків, при якому цех отримає максимальний прибуток.
7. З двох сортів бензину утворюються дві різні суміші А і В. Суміш А містить 40% бензину 1-го сорту і 60% бензину 2-го сорту. Суміш В містить 80% бензину першого сорту і 20% бензину 2-го сорту. Ціна одного літра суміші А -3,3грн, а одного літра суміші В – 3,9 грн. Скласти план утворення сумішей, при якому буде отриманий максимальний прибуток, якщо в наявності є 100л бензину 1-го сорту і 70л бензину 2-го сорту.
8. Деяка фармацевтична фірма щоденно виробляє не менше 600кг деякої харчової добавки, яка складається з суміші кукурудзяного і соєвого борошна. Кукурудзяне борошно містить 8% білка і 2% клітковини, а соєве – 60% білка і 9% клітковини. Вартість кукурудзяного борошна – 0,8грн за кілограм, а соєвого – 1,0грн. Дієтологи вимагають, щоб в харчовій добавці було не менше 30% білка і не більше 6% клітковини. Фірма хоче визначити рецептуру суміші найменшої вартості з врахуванням вимог дієтолога.
9. Механічний цех випускає два види взаємозамінних деталей А і В, кожна з яких проходить послідовну обробку на трьох станках. Робочий час кожного станка становить відповідно 170, 240, 100 годин. Деталь А обробляється першим станком 12 хвилин, другим – 16 хвилин, третім – 7 хвилин, деталь В відповідно – 15, 20 і 6 хвилин. Ціна однієї деталі А на ринку становить 3,8 грн., В – 4,5 грн. Скласти такий план роботи станків, при якому цех отримає максимальний прибуток.
10. Меню студентки складається з чотирьох страв. 100г першої страви містить 19г жирів, 32г білків і 15г вуглеводів; відповідно другої страви – 23г, 42г і 14г; третьої страви – 5г, 34г і 20г; четвертої – 3г, 24г і 18г. Для нормального функціонування її організму необхідно на день отримати 48г жирів, 350г білків і 60г вуглеводів. Калорійність 100г першої страви становить162ккал, 2-ої – 210ккал, 3-ої – 129ккал, 4-ої – 67ккал. Скласти такий денний раціон студентки, калорійність якого мінімальна, але при якому вона отримає необхідну кількість жирів, білків і вуглеводів.

Завдання 2. Знайти максимум лінійної форми, якщо змінні $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$ задовольняють наступні умови:

1. $f = 2x_1 + 4x_2$
$\begin{cases} x_1 + 6x_2 \le 12, \\ 4x_1 + 2x_2 \le 3, \\ 2x_1 - 3x_2 \le 1; \end{cases}$

2. $f = 3x_1 + x_2,$
$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 4, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 6, \\ 2x_1 - x_2 \le 5; \end{cases}$

3. $f = 2x_1 + 3x_2,$
$\begin{cases} x_1 - x_2 \le 4, \\ x_1 + 2x_2 \le 5, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 9; \end{cases}$

4. $f = 3x_1 + x_2,$
$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 12, \\ x_1 - 2x_2 \le 3, \\ 5x_1 + 3x_2 \le 15; \end{cases}$

5. $f = 3x_1 + 2x_2,$
$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 5, \\ 2x_1 - x_2 \le 4, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 12; \end{cases}$

6. $f = 3x_1 + 4x_2,$
$\begin{cases} x_1 - x_2 \le 3, \\ 2x_1 + x_2 \le 4, \\ 4x_1 + 2x_2 \le 6; \end{cases}$

7. $f = x_1 + 2x_2,$
$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 5, \\ 2x_1 - x_2 \le 6, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 12; \end{cases}$

8. $f = 3x_1 + 4x_2,$
$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 6, \\ 2x_1 - x_2 \le 5, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 15; \end{cases}$

9. $f = 2x_1 + 5x_2,$
$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8, \\ 2x_1 - x_2 \le 6, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 10; \end{cases}$

10. $f = x_1 + 3x_2,$
$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 9, \\ 2x_1 - x_2 \le 6, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 18; \end{cases}$

Завдання 3. Розв’язати транспортну задачу:

1.

	60	80	120	140
100	4	3	2	1
120	3	2	4	1
180	2	3	2	3

	90	130	150	100
80	2	3	4	5
100	6	4	2	3
140	3	2	5	6
110	3	6	4	2

2.

	100	120	90	110
130	5	2	3	4
120	1	5	2	3
170	2	4	6	2

	80	90	150	170
100	2	3	4	5
120	1	3	2	4
130	5	6	3	2
110	2	4	5	3

3.

	60	80	90	70
150	2	1	4	2
80	5	2	5	5
70	4	1	4	2

	200	100	150	60
180	3	4	2	6
120	3	2	3	6
100	4	1	6	2
90	5	3	4	2

4.

	80	90	120	110
150	3	4	2	3
120	1	3	2	4
130	2	4	3	2

	100	150	80	90
150	5	4	3	2
100	3	2	6	3
60	4	2	5	1
150	2	5	3	4

5.

	90	70	50	60
80	3	2	4	1
100	5	3	2	2
90	5	2	4	3

	90	50	120	100
150	2	3	6	1
110	3	5	4	2
60	2	6	3	5
80	1	2	3	2

6.

	50	60	70	90
70	3	2	5	2
80	5	4	2	1
120	1	2	6	3

	150	110	100	120
140	3	4	6	5
180	6	3	2	3
100	2	6	1	2
130	5	2	3	4

7.

	80	60	90	90
110	4	2	2	5
90	5	4	2	1
120	1	2	3	3

	90	70	120	100
150	2	3	6	1
110	3	5	4	2
60	2	6	3	5

8.

	70	80	100	120
100	4	3	2	1
120	3	2	4	1
150	2	3	2	3

	100	130	80	90
80	2	3	4	5
100	6	4	2	3
140	3	2	5	6
110	3	6	4	2

9.

	60	80	90	70
150	2	1	4	2
80	5	2	5	5
70	4	1	4	2

	100	130	100	90
150	5	4	3	2
100	3	2	6	3
60	4	2	5	1
150	2	5	3	4

10.

	90	70	50	60
80	3	2	4	1
100	5	3	2	2
90	5	2	4	3

	90	110	120	100
130	2	3	6	1
110	3	5	4	2
60	2	6	3	5
80	1	2	3	2

Тема: Диференціальне та інтегральне числення

Перелік питань

1. Означення та економічний зміст похідної та диференціала.
2. Невизначений і визначений інтеграл.
3. Економічний зміст визначеного інтеграла
4. Диференціальні рівняння

Література

Основна:

1. Соколенко О. І. Вища математика: Підручник. - К.: Видавничий центр „Академія", 2003. с. 132-187, 259-329 (Альма-матер).
2. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика: Навч. посібник: У 2-х ч. - К.: КНЕУ, 2001. с. 373-478
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник . - К.: А.С.К., 2001. с. 191-493

Додаткова:

1. Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика для економістів. - Київ: ЦУЛ, 2002. с.200-236,268-333
2. Л.І.Дюженкова, О.Ю.Дюженкова, Г.О.Михалін Вища математика. Приклади і задачі. - К: Видавничий центр „Академія" 2002. с. 217-464
3. Лозовий Б.Л., Пушак Я.С., Шабат О.Є. Практикум з вищої математики: Навч. посібник – 2-ге вид., доповн. і переробл. – Львів: «Магнолія-2006», 2007. – 285с.

Запитання для самоперевірки:

1. Що називається похідною функції?
2. Яка функція називається диференційовною в точці, на відрізку?
3. Який зв’язок між диференційованістю і неперервністю функції?
4. Чому дорівнює похідна суми, різниці, добутку і частки двох функцій?
5. В чому полягає економічний зміст похідної?
6. Що називається еластичністю функції?
7. Що таке маргінальні витрати, маргінальні доходи, маргінальний прибуток?
8. Що називається первісною для функції?
9. Що таке невизначений інтеграл?
10. Які властивості невизначеного інтеграла ви знаєте?
11. Які основні методи інтегрування ви знаєте? В чому полягає їх суть?
12. Сформулюйте умови інтегрованості функцій.
13. Запишіть формулу Ньютона-Лейбніца.

14. Який геометричний зміст невизначеного і визначеного інтеграла?
15. Який економічний зміст інтеграла?
16. Як обчислюються зміни витрат, доходу та прибутку за певний період часу?
17. У якому випадку можна досягти максимуму загального прибутку деякого підприємства?
18. Що називається диференціальним рівнянням?
19. Що називається розв'язком диференціального рівняння?
20. Що називається загальним розв'язком диференціального рівняння?
21. Сформулюйте теорему Коші про існування і єдиність розв'язку диференціального рівняння.
22. Яке диференціальне рівняння називається рівнянням з відокремленими змінними?
23. Що таке загальний інтеграл диференціального рівняння?
24. Яке диференціальне рівняння називається рівнянням зі сталими коефіцієнтами?
25. Що називається характеристичним рівнянням?
26. Як залежить розв'язок лінійного диференціального рівняння другого порядку від коренів характеристичного рівняння?
27. Як знаходиться розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння зі сталими коефіцієнтами?
28. Як ставиться задача Коші для лінійного диференціального рівняння другого порядку?

Завдання для виконання:

Завдання 1. Знайти похідну та диференціал першого порядку функції однієї змінної:

1.а) $y=\left(9x^5+\frac{6x}{\sqrt{x}}-2\right)^4$; б) $y=\ln(\cos 3x)$; в) $y=arcctg\frac{1+x}{1-x}$.

2. а) $y=\left(5x^6-\frac{7}{\sqrt[7]{x}}-6\right)^5$; б) $y=\cos\left(3x^4-5\right)$; в) $y=\ln\left(\sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}\right)$.

3. а) $y=\left(7x^5-\frac{3x}{\sqrt[4]{x}}-1\right)^6$; б) $y=\arccos\sqrt{1-x}$; в) $y=\frac{\cos x}{\sin^2 3x}$.

4. а) $y=\left(7x^4+\frac{6}{\sqrt[3]{x^2}}-2\right)^3$; б) $y=arctg\frac{3}{x-2}$; в) $y=\ln\sqrt{e^{2x}+1}$.

5. а) $y=\left(3x^4-\frac{4}{\sqrt[5]{x}}+7\right)^4$; б) $y=\arccos\sqrt{x}$; в) $y=\ln\frac{1+\sqrt{x^2+1}}{x}$.

6. а) $y=\left(5x^7-6\sqrt[5]{x^3}-2\right)^6$; б) $y=\sqrt{1+\sin 2x}$; в) $y=\ln\sqrt{\frac{e^{4x}}{e^{4x}+1}}$.

7. а) $y=\left(3x^8-\frac{9}{x\sqrt[3]{x}}+5\right)^5$; б) $y=\sqrt{1-\sin 2x}$; в) $y=\ln\frac{x^2}{1-x^4}$.

8. а) $y=\left(\frac{1}{7}x^7-\frac{4}{x^2\sqrt{x}}+6\right)^5$; б) $y=ctg^3\frac{x}{3}$; в) $y=\arcsin e^{3x}$.

9. а) $y=\left(x^2-\frac{6x}{\sqrt{x}}+9\right)^4$; б) $y=\arcsin\sqrt{x}$; в) $y=\frac{1+\sin 2x}{1-\sin 2x}$.

10. а) $y=\left(1-\sin 2x+e^{3x}\right)^6$; б) $y=\sqrt{x}tg2x-2^{x^2}$; в) $y=\left(x^2+2x\right)^{\cos 5x}$.

Завдання 2. Розв'язати задачу з економічним змістом, використовуючи похідну:

1. Обсяг продукції, виробленої бригадою робітників, описується функцією $y=-t^3+9t^2+120t+60$ (одиниць), $1\le t\le 8$, де t – робочий час у годинах. Визначити продуктивність праці $p(t)$, темп її зміни та еластичність через годину після початку роботи та за годину до її закінчення. Пояснити економічний зміст одержаних результатів.
2. Відомо, що роздрібна вартість одного виробу визначається функцією $S(x)=90-0,2x$, де x – кількість виготовлених виробів. Дохід від виробництва x виробів (загальна вартість продукції) становить $D(x)=xS(x)$ (грн.) визначити маргінальний дохід від виробництва 200 виробів.
3. Нехай функція $V(x)=250+12x-0,2x^2$ виражає витрати підприємства на виробництво x одиниць продукції (у грн.). Знайти маргінальні витрати виробництва та обчислити їхнє значення при випуску 300 одиниць продукції.
4. Залежність між собівартістю y продукції та обсягом її виробництва виражається формулою $y=50-0,4x$. Визначити еластичність собівартості при випуску 20 одиниць продукції.
5. Визначити маргінальний прибуток $P'(x)$ при випуску 5 одиниць продукції, якщо функція доходу $D(x)=-2x^2+80x$, а функція витрат $V(x)=x^3-13x^2+111x-21$ ($P(x)=D(x)-V(x)$).
6. Знайти маргінальний дохід підприємства, якщо кількість виготовлених та проданих виробів x та роздрібна вартість кожного виробу p зв'язані рівністю $x=4000-2p$.

7. Залежність прибутку y від обсягу виробленої продукції x (кг) виражається функцією $y = 20x - 0{,}1x^2$. Оцінити відносну похибку обчислення прибутку при виробництві 10 кг продукції з точністю до 1%.
8. Дано функцію середніх витрат $\varphi(x) = 2x - 3$ і функцію попиту $p(x) = 13 - 4x$. Розрахувати за якого обсягу виробництва прибуток буде найбільший.
9. Знайти маргінальний дохід підприємства, якщо кількість виготовлених і проданих виробів x та роздрібна вартість кожного виробу зв'язані рівністю $x = 4000 - 2p$.
10. Функція витрат підприємства має вигляд $V(x) = 2000 + 10x - 0{,}1x^2 + 0{,}002x^3$ (тисяч грн.). Знайти маргінальну вартість при $x = 50, x = 100$.

Завдання 3. Знайти невизначені і визначені інтеграли:

1. а) $\int \left(x^3 - \frac{4}{x} + \sqrt[3]{x} \right) dx$; б) $\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$;
2. а) $\int \frac{\sqrt{x} - x + 1}{x^2} dx$; б) $\int_0^1 x \ln x dx$;
3. а) $\int \frac{x^2 - 3}{x^5} dx$; б) $\int_1^e \ln x dx$;
4. а) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - x^2 + 3}{x^3} dx$; б) $\int_0^2 x e^{-x} dx$;
5. а) $\int x \cdot 5^x dx$; б) $\int_0^{\pi/4} \sin 4x dx$;
6. а) $\int \sqrt{x} \ln x dx$; б) $\int_0^5 \left(3x^2 - 5\right) dx$;
7. а) $\int x e^{3x} dx$; б) $\int_1^4 \left(\sqrt{x} - x^3\right) dx$;
8. а) $\int e^{-2x} dx$; б) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1 + x^2}$;
9. а) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 3} dx$; б) $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$;
10. а) $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$; б) $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sin x dx$.

Завдання 4. Розв'язати задачу:

1. Швидкості зміни витрат V' та доходу D' підприємства після початку його діяльності визначаються відповідно функціями

$V'(t)=2+2\sqrt[3]{t}$ і $D'(t)=10-\sqrt[3]{t}$, де V,D вимірюються у млн.грн., а час t у роках. Визначити, як довго підприємство буде прибутковим та знайти загальний прибуток за цей час.

2. Визначити яку кількість продукції виготовлено за 8 год., якщо продуктивність праці протягом робочого дня визначається функцією $p(t)=-3t^2+10t+75$ ($t-$ час у годинах).
3. Нехай функція маргінальних витрат виробництва за певний час має вигляд $V'(x)=80-0,1x$. Визначити зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 50 до 60 одиниць.
4. Швидкості зміни витрат V' та доходу D' підприємства після початку його діяльності визначаються відповідно функціями $V'(t)=-1+3\sqrt[3]{t^2}$ і $D'(t)=15-\sqrt[3]{t^2}$, де V,D вимірюються у млн.грн., а час t у роках. Визначити, як довго підприємство буде прибутковим та знайти загальний прибуток за цей час.
5. Відомо, що швидкість зміни прибутку підприємства після початку його діяльності виражається функцією $f(t)=6-2\sqrt{t}$ (млн.грн.). визначити, як довго підприємство буде прибутковим і знайти загальний прибуток за цей час.
6. Компанія повинна вибрати одну із двох можливих стратегій розвитку:

1) вкласти 5 млн. грн. у нове обладнання і отримувати 2 млн.грн. щорічного прибутку протягом 10 років;

2) закупити на 10 млн.грн. досконаліше обладнання, що дасть змогу одержувати 3 млн. грн. щорічного прибутку протягом 8 років. Яку стратегію слід вибрати компанії, якщо номінальна облікова щорічна ставка становить 10%?

7. Швидкості зміни витрат V' та доходу D' підприємства після початку його діяльності визначаються відповідно функціями $V'(t)=2+3\sqrt{t}$ і $D'(t)=14-\sqrt{t}$, де V,D вимірюються у млн.грн., а час t у роках. Визначити, як довго підприємство буде прибутковим та знайти загальний прибуток за цей час.
8. Знайти рівноважну ціну, а також вигоду споживачів і виробників при цій ціні, якщо $D(x)=20-0,05x$, $S(x)=2+0,0002x^2$.
9. Нехай функція маргінальних витрат виробництва за певний час має вигляд $V'(x)=60-0,2x$. Визначити зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 40 до 50 одиниць.
10. Визначити яку кількість продукції виготовлено за 8 год., якщо продуктивність праці протягом робочого дня визначається функцією $p(t)=-3t^2+10t+75$ $p(t)=-5t^2+8t+64$ ($t-$ час у годинах).

Завдання 5. Знайти загальний та частинний розв'язок диференціального рівняння першого порядку і загальний розв'язок лінійного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами:

1. а) $tgy = xy' \ln x, \quad y(e) = \frac{\pi}{2}$; б) $y'' - 6y' + 8y = 0$;

2. а) $y' = \frac{x}{y}, \quad y(0) = 0$; б) $y'' - 4y' + 4y = 0$;

3. а) $y' - 2\sqrt{y} \ln x = 0, \quad y(1) = 1$; б) $y'' - 2y' - 15y = 0$;

4. а) $e^x (1 + y) = (1 + y^2) y', \quad y(1) = 0$; б) $y'' + 9y' + 24y = 0$;

5. а) $\cos x y' = 3 + y, \quad y(2) = 0$; б) $y'' - 6y' + 23y = 0$;

6. а) $\frac{yy'}{x} + e^y = 0, \quad y(1) = 0$; б) $y'' - y = 0$;

7. а) $y' \sin x = y \ln y, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$; б) $y'' + 5y' = 0$;

8. а) $y' tgx = y + 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$; б) $y'' + 9y = 0$;

9. а) $y' = 5\sqrt{y}, \quad y(0) = 25$; б) $y'' + 9y' + 20y = 0$;

10. а) $y' = 2x^2 + 5x + 12, \quad y(1) = \frac{1}{6}$; б) $y'' + y' + y = 0$.

Тема: Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики

Перелік питань

1. Елементи комбінаторики. Класичне означення ймовірності.
2. Залежні та незалежні випадкові події. Теореми множення ймовірностей.
3. Дискретні випадкові величини, поняття про закон розподілу дискретної випадкової величини.
4. Числові характеристики випадкових величин.
5. Елементи математичної статистики

Література

Основна:

1. Соколенко О.І. Вища математика: Підручник. – К.: Видавничий центр “Академія”, 2003. с. 380-430 (Альма-матер).
2. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навчально-методичний посібник. У 2-х ч. – К.: КНЕУ, 2000.
3. Булига К.Б., Барановська Л.В. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посібн. – К.: Європейський університет, 2000. с. 4-151

Додаткова:

1. Лейфура В.М. та ін. Математика: Підручник для студентів екон. спеціальностей вищ. навч. закладів І-ІІ рівнів акредитації / В.М. Лейфура, Г.І. Городницький, Й.І. Файст; За ред. В.М. Лейфури. – К.: Техніка, 2003 с.303-325
2. Дюженкова Л.І., Дюженкова О.Ю., Михалін Г.О. Вища математика. Приклади і задачі. – К.: Видавничий центр “Академія” 2002. с. 498-588

Запитання для самоперевірки:

1. Які множини називаються впорядкованими?
2. Що називається переставленням із n елементів?
3. Що називається розміщенням із n елементів по m?
4. Що називається комбінаціями із n елементів по m?
5. В чому полягає основний принцип комбінаторики?
6. Сформулюйте правило суми.
7. Що називається стохастичним експериментом?
8. Що називається випадковою подією?
9. Яка випадкова подія називається вірогідною, неможливою?
10. Яка подія називається протилежною до даної?
11. Які події називаються несумісними?

12.Які операції над подіями ви знаєте? Сформулюйте їх означення.
13.Які властивості операцій над подіями ви знаєте?
14.Яка випадкова подія називається простою? А яка складеною?
15.Сформулюйте класичне означення ймовірності.
16.Які властивості ймовірності випадкової події ви знаєте?
17.Які події називаються незалежними?
18.Які властивості ймовірностей вам відомі?
19.Як формулюється теорема додавання ймовірностей?
20.Сформулюйте теорему множення для залежних подій.
21.Сформулюйте теорему множення для незалежних подій.
22.Що називається умовною ймовірністю?
23.В якому випадку $P(A \setminus B) = 0$?
24.В якому випадку $P(A \setminus B) = 1$?
25.Яка величина називається випадковою?
26.Яка випадкова величина називається дискретною?
27.Яка умова нормування для дискретної випадкової величини?
28.Сформулюйте закон розподілу випадкової величини.
29.Які властивості функції розподілу ви знаєте?
30.Що називається математичним сподіванням випадкової величини?
31.Які властивості математичного сподівання?
32.Що характеризує математичне сподівання випадкової величини?
33.Що називають відхиленням випадкової величини?
34.Що називають дисперсією випадкової величини?
35.Що характеризує дисперсія випадкової величини?
36.Які властивості дисперсії ви знаєте?
37.Що називають середнім квадратичним відхиленням випадкової величини?
38.Що вивчає математична статистика?
39.Що називається генеральною сукупністю?
40.Що ви розумієте під вибіркою?
41.Що називається статистичним розподілом вибірки?
42.Що називається функцією розподілу вибірки?
43.Які властивості функції розподілу ви знаєте?
44.Що таке полігон частот?
45.Що таке полігон відносних частот?
46.Які числові характеристики вибірки ви знаєте? Запишіть формули для їх знаходження.

Завдання для виконання:

Завдання 1. Розв’яжіть задачу:

1. Скільки п’ятицифрових парних чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 5, 7 за умови, що в числі цифри не повторюються?

2. На одній із секцій студентської наукової конференції повинно виступити 7 доповідачів. Скількома способами можна розмістити їх у списку виступаючих?

3. Для прийому вступних іспитів з математики кафедра повинна виділити 5 викладачів. Скількома способами можна скласти таку комісію, якщо на кафедрі працює 8 викладачів?

4. Номер автомобільного причепа складається з двох літер і трьох цифр скільки різних номерів можна скласти, використовуючи 30 літер і 10 цифр?

5. Три автори повинні написати посібник з вищої математики, який матиме 8 розділів. Скількома способами можна розподілити матеріал між авторами, якщо два з них писатимуть по три розділи, а один два розділи?

6. Скількома способами можна розподілити 4 однакові папки у три ящики письмового столу, якщо кожен ящик може вмістити всі папки?

7. Скільки існує двоцифрових чисел, що записуються цифрами 2. 4, 6, 8 і в запису кожного з яких використовуються різні цифри?

8. Скількома способами можна поставити на полиці 10 різних книг?

9. У компанії є вакансії економіста, бухгалтера, менеджера та дизайнера. Скількома способами 8 стажерів можуть бути розподілені за цими вакансіями?

10. Студенту необхідно здати 3 різних іспити протягом 6 днів. Скількома способами це можна зробити, якщо кожен день можна здавати лише один іспит?

Завдання 2. Розв’язати задачу, використовуючи класичне означення ймовірності.

1. Підкидають гральний кубик. Чому дорівнює ймовірність випадання парного числа очок?

2. З колоди карт, що складається з 36 карт навмання беруть одну карту. Визначте ймовірність того, що це буде дама.

3. У шухляді міститься 15 однотипних деталей, 8 з яких є стандартними, а решта бракованими. Навмання із шухляди беруть 5 деталей. Обчисліть ймовірність того, що всі деталі будуть стандартними.

4. У партії із 20 виробів є 5 бракованих. Знайти ймовірність того, що серед трьох навмання взятих виробів буде 1 бракований.

5. У відділі маркетингу фірми працює 4 маркетологи і 5 техніків. Дівчина маркетолог і один з техніків кохають одне одного. У зарубіжне відрядження жеребкуванням відбирають двох маркетологів і трьох техніків. Знайти ймовірність того, що серед обраних будуть закохані.

6. У групі є 20 хлопців і 5 дівчат. Для участі в студентській конференції навмання вибирають двох осіб. Яка ймовірність того, що оберуть хлопця і дівчину?

7. У вазі є п’ять червоних та чотири білі троянди. Навмання вибирають з вази дві троянди. Визначити ймовірність того, що обидві троянди будуть одного кольору.

8. У кондитерській продають 5 сортів тістечок. Покупець вибив чек на 3 тістечка. Вважаючи, що будь-який набір тістечок є рівно можливий, визначити ймовірність того, що всі тістечка одного сорту.

9. Три підручники з економіки і два з математики довільно розміщено на книжковій полиці. Яка ймовірність того, що всі підручники з одного предмета виявляться поруч?

10. Яка ймовірність того, що при випадковому розміщенні в ряд карток розрізної азбуки, на яких написано букви «е», «і», «я», «с», «и», «п», «т», «д», «н» дістанемо слово «стипендія»?

Завдання 3. Розв'яжіть задачу:

1. У партії з 1000 стандартних ламп 400 ламп виготовлено на одному заводі, 350 на другому і 250 на третьому. Ймовірності без дефектності ламп для цих заводів становлять відповідно 0, 75; 0,8; 0, 85. яка ймовірність, що навмання обрана з цієї партії лампа буде бездефектною?

2. У двох однакових ящиках знаходяться 8 пар взуття 41 розміру та 6 пар 42 розміру., а в другому – 10 пар 41 розміру і 4 пари 42 розміру. З обраного навмання ящика витягли пару взуття 42 розміру. Яка ймовірність, що її взяли з першого ящика?

3. Є дві студентські групи по 25 чоловік у кожній. У першій групі 3 студентів вчаться на «відмінно» і 12 на «добре» і «відмінно», а в другій – 6 на «відмінно» та 10 на «добре2 і «відмінно». Навмання обирають групу і викликають студента. Яка ймовірність, що цей студент вчиться на «відмінно» і «добре»?

4. В лабораторії є 6 комп'ютерів типу А і 4 комп'ютери типу В. для типу А ймовірність виходу з ладу під час сеансу роботи становить 0,05, а для типу В – 0,12. студент провів сеанс роботи на навмання обраному комп'ютері без збоїв. Яка ймовірність того, що це був комп'ютер типу А?

5. Для заліку з математики було підготовлено 40 задач на диференціювання, 40 – на інтегрування і 20 на розв'язування диференціальних рівнянь. Яка ймовірність, що студент розв'яже першу навмання взяту задачу, якщо він вміє розв'язувати 30 задач на диференціювання, 10 на інтегрування і 8 на розв'язування диференціальних рівнянь?

6. У трьох коробках знаходяться деталі з різних заводів. У першій – 20 стандартних і 5 бракованих; у другій – 15 стандартних і 3 бракованих; у третій – 14 стандартних і 6 бракованих. Яка ймовірність, що з навмання взятої коробки буде навмання витягнуто стандартну деталь?

7. Одного із трьох стрільців викликають на лінію вогню і він виконує два постріли. Ймовірність влучення при одному пострілі для першого стрільця дорівнює 0,3; другого – 0,5; третього – 0,8. У мішені влучень немає. Знайти ймовірність того, що стріляв другий стрілець.

8. Одного із трьох стрільців викликають на лінію вогню і він виконує два постріли. Ймовірність влучення при одному пострілі для першого

стрільця дорівнює 0,3; другого – 0,5; третього – 0,8. яка ймовірність того, що не буде жодного влучення в мішень?

9. Ймовірність того, що потрібна студентові сума грошей є в одного з його чотирьох друзів дорівнює 0,6; 0,7; 0,8; 0,9 відповідно. Студент знайшов гроші. Яка ймовірність, що він позичив їх у третього друга?

10. Три стрільці незалежно один від одного стріляють по мішені. Ймовірність влучення в ціль дорівнює 0,7 для першого стрільця. 0,8 – для другого і 0,9 – для третього. Яка ймовірність того, що принаймні один стрілець влучить у ціль?

Завдання 4. Закон розподілу дискретної випадкової величини заданий таблицею. Побудувати ймовірнісний многокутник, записати вираз і побудувати графік функції розподілу, знайти математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення випадкової величини

1	X	0	2	3	5	6	8	10	12			
	P	0,05	0,1	0,15	0,2	0,2	0,15	0,1	0,05			
2	X	-2	-1	0	1	2	3	4	5			
	P	0,1	0,05	0,05	0,1	0,3	0,25	0,1	0,05			
3	X	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	
	P	0,05	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,1	0,05	0,03	0,02	
4	X	-10	-5	-2	-1	0	1	2	5	10		
	P	0,1	0,12	0,15	0,18	0,2	0,15	0,05	0,03	0,02		
5	X	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	P	0,01	0,01	0,02	0,03	0,05	0,08	0,15	0,25	0,2	0,15	0,05
6	X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	P	0,18	0,22	0,241	0,038	0,09	0,071	0,07	0,032	0,048	0,01	
7	X	0	1	2	3	4	5	6	7			
	P	0,03	0,01	0,057	0,18	0,32	0,3	0,11	0,02			
8	X	-2	-1	0	1	2	3	4	5			
	P	0,05	0,05	0,1	0,15	0,25	0,3	0,05	0,05			
9	X	-10	-5	-3	-1	0	1	3	5	10		
	P	0,02	0,04	0,12	0,15	0,25	0,2	0,12	0,07	0,03		
10	X	5	6	7	8	9	10	11	12			
	P	0,04	0,07	0,09	0,17	0,34	0,21	0,04	0,03			

Завдання 5. При вивченні випадкової величини X у результаті n незалежних спостережень дістали вибірку:

1. 10, 13, 10, 9, 9, 8, 6, 7, 9, 12, 11, 10, 13, 12, 7, 10, 14, 12, 10, 9, 9, 7, 8, 11, 12, 14, 13, 8, 10, 7;
2. 10, 13,12, 11,14, 12, 11, 10, 14, 15, 14, 12, 13, 11, 11, 14, 14, 15, 13, 11, 10, 12, 15. 12, 13, 14, 15, 14, 13,11;
3. 22, 23, 21, 24, 23, 21, 20, 21, 20, 25, 21, 23, 24, 23, 25, 24, 20, 21, 22, 23;

4. 41, 43, 41, 42, 44, 45, 42, 43, 44, 41, 40, 45, 44, 43, 42, 45, 44, 41, 43, 44, 42, 43, 44, 42, 43, 42, 43, 41, 45, 44, 40, 41, 43, 40, 41, 45, 43, 44, 43, 42, 43, 42, 40, 40, 41, 44, 42, 44, 43, 42;
5. 37, 36, 36, 37, 35, 38, 39, 37, 38, 38, 39, 36, 36, 38, 39, 40, 37, 38, 39, 35, 36, 38, 36, 38, 39, 40, 39, 37, 37, 38, 39, 40, 38, 40, 36, 38, 37, 37, 36, 40;
6. 22, 23, 25, 26, 26, 27, 25, 24, 25, 23, 24, 25, 24, 23, 22, 24, 25, 26, 25, 24, 23, 22, 22, 24, 23, 25, 24, 23, 23, 25;
7. 26, 27, 26, 25, 25, 27, 28, 29, 27, 28, 26, 25, 24, 26, 27, 28, 27, 26, 27, 28;
8. 5, 6, 8, 12, 12, 11, 8, 9, 6, 7, 5, 8, 9, 10, 6, 5, 6, 7, 8, 7, 6, 5, 6, 7, 8, 9, 7, 6, 8, 11, 9, 8, 5, 7, 8;
9. 10, 22, 12, 11, 14, 16, 17, 14, 15, 15, 17, 14, 15, 19, 18, 16, 14, 13, 14, 15, 12, 11, 13, 15, 19, 18, 20, 20, 21, 20;
10. 22, 24, 26, 26, 23, 24, 27, 26, 25, 23, 24, 26, 28, 27, 24, 25, 23, 24, 26, 27, 28, 24, 25, 27, 26.

Побудувати дискретний статистичний розподіл для цієї вибірки, а також полігон частот і $F^*(x)$. Обчислити $\bar{x}_в, \sigma_B, R, V$. Знайти Mo^*, Me^*.

Тема: Сітьове моделювання

Перелік питань

1. Поняття сітки та сітьового графіка.

Література

Основна:

1. Бугір М.К. Математика для економістів: Посібник. – К.: Видавничий центр “Академія», 2003. с. 350-480
2. Васильченко І.П. Вища математика для економістів: Підручник. – К.: Знання – Прес, 2002. с. 295-315

Запитання для самоперевірки:

1. Де і для чого застосовують методи сітьового планування?
2. Назвіть основні елементи сітьового графіка.
3. Що називається сіткою?
4. Яка сітка називається зорієнтованою в одному напрямку, а яка зорієнтованим циклом?
5. Що таке подія і що таке робота в сітьовому моделюванні? Як вони зображуються на сітьовому графіку?
6. Що таке критичний шлях? Як його знайти?

Завдання для виконання:

Завдання 1. Побудуйте сітьовий графік, що характеризується такими множинами:

1. $N=\{1;2;3;4;5;6\}, A=\{(1;2),(1;3),(2;4),(2;5),(3;5),(4;6),(5;6)\}$;
2. $N=\{1;2;3;4;5;6;7\}, A=\{(1;2),(1;3),(2;4),(3;5),(4;6),(5;6),(5;7),(4;7),(6;7)\}$
3. $N=\{1;2;3;4;5;\}, A=\{(1;2),(1;3),(2;4),(2;5),(3;5),(4;5)\}$;
4. $N=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$, $A=\{(1;2),(1;3),(2;3),(3;4),(2;5),(3;5),(4;6),(5;6);(5;7),(6;8),(7;8)\}$;
5. $N=\{1;2;3;4;5;6\}, A=\{(1;2),(1;3),(3;4),(2;5),(3;5),(4;6),(5;6)\}$;
6. $N=\{1;2;3;4;5;6\}, A=\{(1;2),(1;3),(2;4),(2;5),(3;5),(4;6),(5;6)\}$;
7. $N=\{1;2;3;4;5\}, A=\{(1;2),(1;3),(2;4),(2;5),(3;5),(4;5)\}$;
8. $N=\{1;2;3;4;5;\}, A=\{(1;2),(2;3),(2;4),(3;4),(3;5)\}$;
9. $N=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$, $A=\{(1;2),(2;3),(2;4),(2;5),(3;5),(4;6),(5;6),(5;7);(6;7),(7;8)\}$;
10. $N=\{1;2;3;4;5;6;7\}, A=\{(1;2),(2;3),(2;4),(3;5),(3;6),(4;6),(5;6),(6;7)\}$.